

کتاب الفتراز

استانبول دارالفتویٰ
فن فا کولتہ سی نشریہ

عمومی فزیک

حرکت اهتزازیه و صوت

مؤلف:

توفیق

فن فا کولتہ سندہ عمومی فزیک مدرسی

ایلمنی جلد



استانبول

ایمدا جسران مطبعہ بی

۱۲۹۷

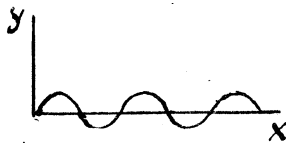
حرکت اهتزازیه

بر نقطه مادیه نك اهتزازى - تداخل اهتزازات .

§ حرکت مستقیمه اهتزازیه

۱ — حرکت رقصیه . — مختلف حرکات اهتزازیه به متدائر هانوس اولدوغمز مثاللر بزه اول امرده بو نوع حرکاتك صورت دوام و ماهیتی حقیقه بر فکر صریح اعطا ایدر : ایکی اوجندن تثبیت ایدلمش و کرلمش بر ایپك سکوننده طوران بر دیاپازون ، وضعیت موازنه لرندن انحراف ایتدیرلدکده بر صره تیره مه لر دن صوکره تکرار وضعیت موازنه اولیه لرینی کسب ایده رلر .

بویله بر حرکاتك تدقیق میخایکیسندن اول اصول ترسیمیه ایله قانون حرکت ، بالذات جسم مهتره چیزدیریله جك اولان ، منحنینك تدقیقوله اول امرده ، بر صورت بسیطه ده استنباط اولونابیلیر . دیاپازونك قوللرندن برینه بر ایکنه ربط ایدیلیر ، بوو ایکنه اوزری ایسنمش و حرکت متساویه دورانیه ایله متحرک بر استوانه یه استناد ایتدیریلیرسه ، اهتزازاتك دوامی مدتیجه جسم بر منحنی [شکل ۱] ترسیم ایتمش بوانور . مهتر بر دیاپازونك بو صورته رسم ایلدیگی منحنی تدقیق ایدیلیرسه بونك جیبی بر منحنی اولدیغی آ کلاشیلیر که متعامد ایکی محوره نسبت ایدیان بویله بر منحنینك معادله سی عمومیته :



[شکل ۱]

$$y = A \sin Bx$$

شکلده اولوب بوراده A و B بر ثابت مقدارلردن عبارتدر . استوانه نك حرکت دورانیه سی منتظم فرض ایدانکله $x = ct$ اوله جغندن یرینه بالوضع $y = A \sin Bct$ و Bc یرینه K وضعیله معادله حرکت :

$$y = A \sin Kt$$

شکل مستعملانی کسب ایدر .

$$v = \frac{dy}{dt} = AK \cos Kt$$
 بورادن سرعت ایسه :

اوله رق بولونور . اول امرده بو معادله لرده کی K مقدار ثابتنک قیمتنک توضیحی ضمننده حرکت اهتزازیه بسیطه نك اوصافی تثبیت ایدرز : کرک مقدار تباعد کرکسه سرعت عینی جهته عینی قیمتلری ، t متحولنک $t_1 + T$ ، $t_1 + 2T$ ، $t_1 + 3T$ قیمتلری ایچون کسب ایدلکلرینی فرض ایلرسه ک — که بوراده کی T فاصله معیننه حرکت اهتزازیه نك دوری — *Période* نامی ویریلیر — شو شرائط :

$$\sin Kt = \sin K(t + T)$$

$$\cos Kt = \cos K(t + T)$$

ایله افاده ایداش اولور . و بونلردن :

$$T = \frac{2\pi}{K}$$

استخراج اولونور .

دورك بو قيمتى تباعد و سرعت دستورلرنده محللرينه وضع ايدلسه :
و A امثالی a ايله و كذا AK امثالی b ايله ارأه اولونورسه :

$$(۱) \dots\dots\dots y = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

$$(۲) \dots\dots\dots v = b \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

كی مقدار تباعد و سرعت معادله لری الده ايديلير . ايشته بو صورتله متساوی فاصله زمانيه لرده عینی مقدار تعجيل، عینی سرعت كسب و عینی موضعی اشغال ايدجهك صورتده اجرا ايديلن حرکته « حرکت دوريه » و فاصله متساويه لرك قيمت مشترک سنه « دور » اسمی و يريلير . و a امثالی مقدار تباعدك قيمت اعظميه سنی [وسعت] و b ايسه سرعت اعظميه ي تشکيل ايدر . و $2\pi \frac{t}{T}$ مقدارينه حرکت اهتزازينه نك صفحه سنی - Phase نامی و يريلير .

آتيده کی جدول صفحه، صفر دن $\frac{\pi}{2}$ يه و يا t زمانی صفر دن T دورينه قدر تحول ايلديکی حالده y و v نك تحولاتی کوستيرير .

t	y	v
0	0	+ b
$\frac{T}{4}$	a	0
$\frac{T}{2}$	0	- b
$3\frac{T}{4}$	- a	0
T	0	+ b

(۱) و (۲) معادله لرینك دلالت ايلديکی حرکت اهتزازيه ورقصيه « اهتزاز مؤلف Vibration harmonique » نامی و يريلير . بو حرکتك قانون

دورك بو قيمتى تباعد و سرعت دستورلرنده محللرينه وضع ايدلسه :
و امثالی a ايله و كذا AK امثالی b ايله ارأه اولونورسه :

$$(۱) \dots\dots\dots y = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

$$(۲) \dots\dots\dots v = b \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

كی مقدار تباعد و سرعت معادله لری الده ايدیلیر . ايشته بو صورتله متساوی فاصله زمانیه لرده عینی مقدار تعجیل، عینی سرعت کسب و عینی موضعی اشغال ایده جک صورتده اجرا ایدیلن حرکت « حرکت دوریه » و فاصله متساویه لرك قيمت مشترک سنه « دور » اسمی ویریلیر . و a امثالی مقدار تباعدك قيمت اعظمیه سنی [وسعت] و b ایسه سرعت اعظمیه یی تشکیل ایدر . و $2\pi \frac{t}{T}$ مقدارینه حرکت اهتزازیه نك صفحه سنی - Phase نامی ویریلیر .
آتیده کی جدول صفحه، صفردن $\frac{\pi}{2}$ یه ویا t زمانی صفردن T دورینه قدر تحول ایلدیکی حالده y و v نك تحولاتی کوستیریر .

t	y	v
0	0	+ b
$\frac{T}{4}$	a	0
$\frac{T}{2}$	0	- b
$3\frac{T}{4}$	- a	0
T	0	+ b

(۱) و (۲) معادله لرینك دلالت ایلدیکی حرکت اهتزازیه ورقصیه یه « اهتزاز مؤلف Vibration harmonique » نامی ویریلیر . بو حرکتك قانون

دورك بو قيمتى تباعد و سرعت دستورلرنده محللرينه وضع ايدلسه :
و A امثالى a ايله و كذا AK امثالى b ايله ارئه اولونورسه :

$$(۱) \dots\dots\dots y = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

$$(۲) \dots\dots\dots v = b \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

كى مقدار تباعد و سرعت معادله لرى الده ايديلير . ايسته بو صورتله متساوى فاصله زمانيه لرده عيني مقدار تعجيل، عيني سرعت كسب و عيني موضعي اشغال ايدجك صورتده اجرا ايديلن حر كته « حر كت دوريه » و فاصله متساويه لرك قيمت مشر كسنه « دور » اسمى و يريلير . و a امثالى مقدار تباعدك قيمت اعظميه سنى [وسعت] و b ايسه سرعت اعظميه يي تشكيل ايدر . و $2\pi \frac{t}{T}$ مقدارينه حر كت اهتزازينه ك صفحه سى - Phase نامى و يريلير .

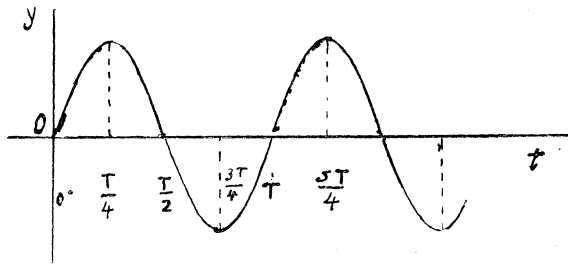
آتيده كى جدول صفحه، صفر دن $\frac{\pi}{2}$ يه ويا t زمانى صفر دن T دورينه قدر تحول ايلديكى حالده y و v نك تحولاتى كوستيرير .

t	y	v
0	0	+ b
$\frac{T}{4}$	a	0
$\frac{T}{2}$	0	- b
$3\frac{T}{4}$	- a	0
T	0	+ b

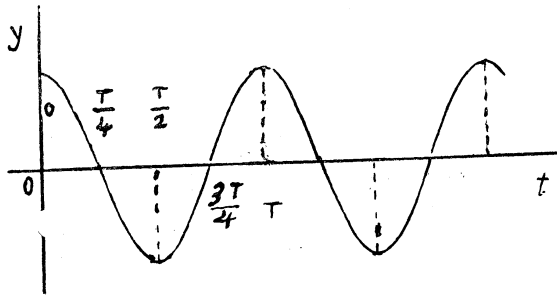
(۱) و (۲) معادله لرينك دلالت ايلديكى حر كت اهتزازيه ورقصيه يه « اهتزاز

مؤلف « Vibration harmonique » نامى و يريلير . بو حر كتك قانون

هندسیسی ارئه ایدن منحنی بی ترسیم ایچین فصله محوری زمانه و ترتیب محوری مقدار تباعدله تخصیص ایدر ایسه ک تباعد و سرعت ایچین شکل ۲ و شکل ۳ آله ایدیلر که برینک اعظمی ترتیبی دیکرینک صفر ترتیبینه تقابل ایدر .



شکل ۲

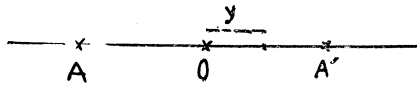


شکل ۳

۲ — حرکت اهترکزیه نیک معادلّه تقاضلیسی . — متساوی الجهه بر واسطه نیک بر جزؤ مادسی موازنت وضعیتدن انحراف ایتدیرلر که آنی ای حالنه ارجاعه ساعی بر طاقم قوتلر تحصیل ایدر . بونلرک محصله سی انحرافک زیاده لیکله کسب شدت ایدر . اول صورتله که وسعت ، تباعد جزئی اولدینی تقدیرده ، مقدار انحرافک بر تابع متزایدی و آنکه عینی زمانده صفر اولان بوقوه الاستیقیه ارجاعیه :

$$F = ax + bx^2 + \dots$$

کبی بر سلسله‌یه قابل توسیع اولوب (x) مقدار تباعدینک کافی درجه‌ده جزئی
 قیمتلی ایچین برنجی حدیله اکتفا ایدیلهرک $F = ax$ اولهرق قبول اولونور.
 بو بر فرضیه اولوب بوندن استخراج اولوناچق بوتون نتایجک تجارب
 نتیجه‌لریله متوافق اولوب اولمادیغی تحقیق وثبیت اولوناچقدر.
 امدی بویله بر نقطه ماده‌نک مربوط بولوندوغی هیئت ماده ایچریسنده
 بر مستقیم اوزرنده متحرک اولدوغی و بر O نقطه ثابت سی طرفندن دخی بوکا
 اولان جزئی مسافه ایله متناسباً جذب ایدلیکی تصور و [شکل ۴] :



شکل ۴

نقطه‌نک O موازنت وضعیتنه اولان مسافه‌سی y ایله ارانه ایدلم . t زماننده کی
 مقدار تعجیلی $\frac{d^2 y}{dt^2}$ اولوب نقطه‌نک کتله‌سی m اولدوغنه کوره‌قوه‌محرکه $m \frac{d^2 y}{dt^2}$
 اولور . دیگر جهتدن واحد کتله‌یه تأثیر ایدن قوه‌جاذبه‌ی K^2 ایله ارانه ایدر
 ایسه‌ک قوتک قیمتک مطلقه‌سی $m K^2 y$ اولور . فقط بو قوت y مقدار تباعدینی
 آزالغنه ساعی اولدوغندن O نقطه‌سنه متوجه اولان بوقوه ارجاعیه‌نک اشارتی
 منفیدر . بناءً علیه حرکتک مادلّه تفاضلیه‌سی :

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = - m K^2 y$$

ويا :

$$(۳) \dots\dots\dots \frac{d^2 y}{dt^2} = - K^2 y$$

اولور .

بومعادله تفاضليه ي تمام ايجين طرفيني $2 \frac{dy}{dt}$ ايله ضرب ايده لم :

$$2 \frac{d^2 y}{dt^2} \frac{dy}{dt} = - 2 K^2 y \frac{dy}{dt}$$

اولوب طرف اول $\left(\frac{dy}{dt}\right)^2$ نك يعنى سرعت مربعنك و طرف ثاني ايسه $[-K^2 y^2]$ نك مشتق اولسنه نظراً تماماً عمومي :

$$v^2 = - K^2 y^2 + \text{Const}$$

دن عبارت اولور .

تمامي به داخل اولان مقدار ثابت بوراده مثبت آلمسنه بناءً طرف ثاني (y) نك قيمت اعظميه سني ارانه اي دن (a) قيمتي ايجين صفر اولور .

$$0 = - K^2 a^2 + \text{Const}$$

وسرعت معادله سي :

$$v^2 = K^2 (a^2 - y^2)$$

و یا :

$$v^2 = \frac{dy}{dt} = \pm K \sqrt{a^2 - y^2}$$

و بورادن :

$$\frac{dy}{\sqrt{a^2 - y^2}} = \pm K dt$$

اولوب بالاتمام :

$$\arcsin \frac{y}{a} = Kt + \text{const}$$

و یا :

$$y = a \sin [\pm Kt + \text{const}]$$

بولونور .

زمانك مبدئى $y = a$ اولدوغنى يعنى متحرك مثبت (y) لر جهتنده وضع
انتهاى بي اشغال ايلديكى آنى انتخاب ايدرسهك $t = 0$ آننده :

$$a = a \sin \text{const}$$

و یا :

$$1 = \sin \text{const}$$

اولمغله :

$$y = a \sin \left[\pm K t + \frac{\pi}{2} \right]$$

و بورادن :

$$y = a \cos K t$$

بولونور .

هر حالده حرکت اهتزازیه بر تابع جیبیدن عبارت اولوب مقدار تباعد مبدأ زمانک انتخابنه کوره $a \cos K t$ و یا $a \sin K t$ تابلمرینک هر هانکی بریله ارائه ایدیه بیلیر .

۳ — مقدار تباعدله مقدار تعجیل آراسته کی مناسبت ، رقاصه تطبیور . —
دائما قوللانه جغمز اوزره مقدار تباعدی جیب ایله :

$$y = a \sin K t$$

آلام . بورادن سرعت :

$$v = \frac{dy}{dt} = a K \cos K t$$

و مقدار تعجیل :

$$\gamma = \frac{d^2 y}{dt^2} = - a K^2 \sin K t$$

اولور . مقدار تعجیل دستورندن طرف ثانیده کی $a \sin K t$ مضروبی y ایله دیکشدریلیرسه :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -K^2 y$$

مناسبتی و طرفین - حرکت اهتزازیهی اجرا ایدن - نقطه ماده نك m کتله سیله بالضرب :

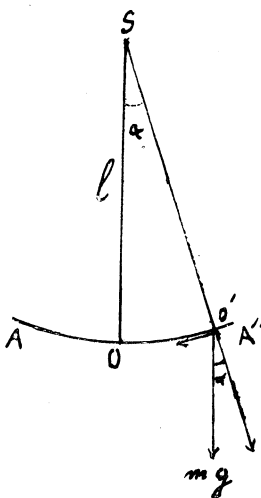
$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -m K^2 y$$

ألدله ایدیلیر. شو مساواتدن ا کلاسیلیر که m کتله سنده کی بر نقطه یه حرکت اعطا ایدن f قوتی :

$$(۴) \dots \dots f = -m K^2 y$$

دن عبارت اولوب دائما y ایله معکوس الاشاره یعنی نقطه موازنه، محرک مرکزینه متوجه و y ایله متناسبدر.

ایمدی شو نتیجهی رقاصه تطبیق ایدلم : [شکل ۵] s نقطه ثابت سی



(شکل ۵)

اطرافنده متحرک l طول غیر متجانسی حائر بر ایپلکه مربوط m کتله سنده بر نقطه ماده دن متشکل بر رقاص بسیط تصور ایدلم . OA وسعتی اول صورتیه کوچوک اولسون که متحرک طرفندن رسم ایدیلن AA' قوسی O نقطه سنده بوقوسه رسم ایدیلن مماس ایله قابل تبدیل اولسون . ایمدی، هر قنچی بر زمانده، پک کوچوک فرض ایدیلن زاویه انحراف α و شدت جاذبه g اولدوغنه کوره حرکتی حصوله کتیرن قوت دائما y ایله معکوس الاشاره اولمقدن ناشی :

$$f = -mg\alpha$$

لکن $oo' = y$ وضع ایدرک — مقدار تباعد :

$$\alpha = \frac{y}{l} \quad \text{و بورادن} \quad y = l\alpha$$

اولمغله :

$$f = -mg\frac{y}{l}$$

اولوب : $K^2 = \frac{g}{l}$ وضعيله (۴) افاده سنک عینی الده ایدلمش اولور. حال بوکه حرکت اهتزازیه معادله جیبیه سنده زمانک K^2 امثالی اولجه کورولدیکی اوزره :

$$K^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} \text{ اولدوغندن} :$$

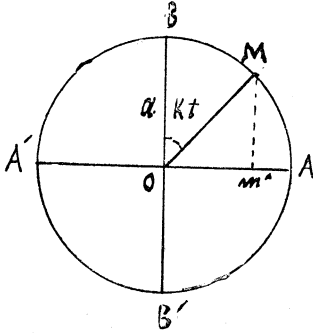
$$\frac{g}{l} = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

و بورادن :

$$T = 2\pi \left(\frac{l}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$$

بولونور .

۳ — حرکت مستقیمه جیبیه ابله حرکت متساویه دورانیه آراسنده کی مناسبت :



(شکل ۶)

بر a نصف قطریی حائز دائره اوزرنده متحرك بر M نقطه سی تصور ایده لم [شکل ۶] دن حرکت و $B A$ جهتنده بر K سرعت زاویه ویسیله دور ایله سین . بو نقطه نك هر قنئی بر t زماننده رسم ایده جی قوس Kt اولور .

BB' قطرینه عمود AA' قطری اوزرینه بو نقطه ارتسام ایتدیریلیرسه :

$$Om' = a \sin Kt$$

اولور که بوندن ده m نقطه مرتسمه سنك بر حرکت مستقیمه جیبیه ایله متحرك اولدوغی آ کلاشیلیر . دیگر جهتندن :

$$\overline{Mm} = a \cos Kt$$

$$v = a K \cos Kt = K \overline{Mm} \quad \text{و :}$$

اولغله شومساوات اخیره دن دخی \overline{Mm} راسمنك K ایله حاصل ضربینك سرعتی اعطا ایده جی آ کلاشیلیر .

۴ — صفحه . — اولجه دیدیکمز وجهله $y = a \sin Kt$ ایله کوستریلان حرکتده Kt کیتی حرکت جیبیه نك صفحه سنی تشکیل ایدر که حرکتک حالات متعاقبه سنك تظاهرینی توصیف ایدر .

ایمدی :

$$y_2 = a_2 \sin(KT + \varphi) \quad , \quad y_1 = a_1 \sin K T$$

کبی ایبی حرکت بر t زمانده Kt ، $Kt + \varphi$ صفجه لرینی حائر در . بوابی حرکتک φ تقاضل صفجه سی زمانه غیر تابعدر .

حرکت جینه نك ، حرکت دوریه ایله صورت ارائه سنده صفجه کیفیتی بك قولای صورته توضیح اولونابیلیر . [شکل ۷] :

$a_2 = a_1$ اوله رق آلمان ایبی حرکتده حال خصوصی اوله رق تقاضل

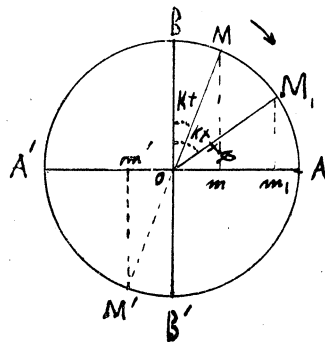
صفجه $\varphi = \pi$ ایسه M ، M' نقطه

متحرکه لری قطراً مقابل موضع لری اشغال

ایدوب m ، m' نقطه لری O یه نظرآمتناظر

بولونورلر . سرعت لری ده متساوی و معکوس-

الاشاره در .



(شکل ۷)

۵ — قدرت . — بر نقطه مادیه :

$$y = a \sin K t$$

قانونیه معین بر حرکت اجرا ایلمکده اولدوغی صورته هر آن سرعتی :

$$v = a K \cos K t = K \sqrt{a^2 - y^2}$$

ویا سرعتک aK قیمت اعظیه سی V کوسترمک اوزره :

$$v^2 = V^2 - K^2 y^2$$

اولوب m کتلہ-سندہ کی نقطہ مادہ نیک v سرعتی حائر اولدوغی نقطہده
قوة زنده سی [Energie cinétique] :

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (v^2 - K^2 y^2)$$

اولور .

دیگر طرفدن نقطه ماده اوزرینه تاثیر ایدن قوت [۴ دستوری موجبجه]

$$f = - m K^2 y$$

اولسنه بناء بو قوتک ایفا ایلیه جی ایش -- [نقطه نیک محرکی اوزرنده بولوندوغی
نقطه دن موازنت وصعیتنه کلیدی ائاده] -- که قدرت مکینه دن energie
potentil عبارتدر - :

$$U = \int_y^0 f dy = - m k^2 \int_y^0 y dy = \frac{1}{2} m k^2 y^2$$

قیمتی حائر بولونور . شو حاده قدرت مجموعه :

$$W = E + U$$

دن عبارت اولور .

قوة زنده وسطیه [شدت وسطیه] . -- بر t زماننده متحرکک قوة زنده سی :

$$E = \frac{m}{2} a^2 K^2 \cos^2 K t$$

ایدی . بو قوه زنده بر دور تام انناسنده مختلف قيمتلىرى حائز اولمى جهتيه دور تامى تشكيل ايدى جك آنلردهكى قوه زنده لر مجموعتك وسطىسى آلير وشو حالده بر دوره مضاف اولان شدت وسطيه : [Intensity moyen]

$$i_m = \frac{1}{T} \int_0^T E dt$$

و يا :

$$i_m = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{m}{2} a^2 K^2 \cos^2 Kt dt$$

ايه ارايه و حساب اولونور .

طرف ثانى بي اتمام ايدى لم :

اول امرده :

$$i_m = \frac{1}{T} \frac{M}{2} a^2 K^2 \int_0^T \cos^2 Kt dt$$

اولور . بورادن [*]

$$\int_0^T \cos^2 Kt dt = \int_0^T (1 - \sin^2 Kt) dt \quad [*]$$

$$= \int_0^T dt - \frac{1}{2} \int_0^T (1 - \cos 2Kt) dt$$

$$= [t]_0^T - \frac{1}{2} \int_0^T dt - \int_0^T \cos 2Kt dt$$

$$= T - \frac{T}{2} - \frac{1}{2k} [\sin 2Kt]_0^T$$

بوراده K نك $\frac{2\pi}{T}$ قيمتى وضع اولونورسه :

تمامی حساب اوله رق بولونان $\frac{T}{2}$ قیمتی و $K = \frac{2\pi}{T}$ یرلرینه وضع اولونور:

$$i_m = \frac{1}{T} \times \frac{m}{2} \times a^2 \frac{4\pi^2}{T^2} \times \frac{T}{2}$$

وبورادن :

$$i_m = m a^2 \pi^2 \times \frac{1}{T^2}$$

بولونور. حرکت اهترایه نك دوری T اولدوغنه کوره $\frac{1}{T}$ نسبتی واحداثیه ده کی

N عدد اهترایزدن عبارت اوله جفندن $\frac{1}{T^2} = N^2$ اولمغه :

$$i_m = m a^2 \pi^2 N^2$$

نتیجه سنه دسترس اولونور.

بولدن آ کلاشیلیر که معین وسعتده کی اهترایاتک شدتی کتله ایله و علی

الخصوص ثانیه ده کی تکررک مربعیله متناسب اوله رق تزیاید ایدر.

[*]

$$T - \frac{T}{2} - \frac{1}{4\pi} \left\{ \sin \frac{4\pi}{T} \cdot T - \sin \frac{4\pi}{T} \cdot 0 \right\}$$

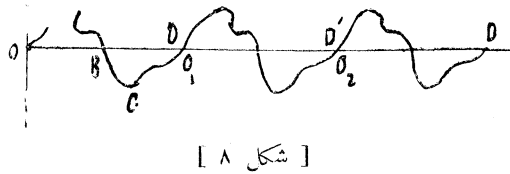
بناء علیه :

$$\int_0^T \cos^2 \frac{2\pi}{T} t dt = \frac{T}{2}$$

بولونور.

۶ — هر قنغی بر حرکت دوریه . — حرکت اهتزازیه بر چوق حادثاتی
ایضاحده ماهیته داخل اولدوغی کبی بر فائده سی ده هر قنغی بر حرکت دوریه نك
حرکات اهتزازیه مؤلفه یه تحلیل ایدیله بیلمسیدر . ا کر ویریلن بر حرکتك
دیاغرامنی ترسیم ایدرکن ، بومنحی مشعر غیر محدود بر صورتده تکرر ایدن
اقسام متشابه دن مرکب بولونورسه حرکت دوریدر .

ایشته [شکل ۸] $oAcD$
منحی قوسمیلرینك تعاقبندن
ترکب ایدوب متساوی



$$oD = o_1 D' = o_2 D'' = \dots$$

طوللرینی حائر اولان آنلردن برینك قایدیرلمه سینه استحصال ایدیلن منحی oD
دورینی حائر بر حرکت دوریه یی اشعار ایدر . بویله بر $y = f\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$
تابع دوریسی Fourier دعواسنجه $\frac{2\pi t}{T}$ نك اضعا فنك جیب و تحبیلری
جنسندن برسلسله مقاربه مثالییه :

$$y = a_0 + a_1 \cos \frac{2\pi t}{T} + a_2 \cos 2 \cdot \frac{2\pi t}{T} + \dots + a_n \cos n \cdot \frac{2\pi t}{T}$$

$$+ \dots + b_1 \sin \frac{2\pi t}{T} + b_2 \sin 2 \cdot \frac{2\pi t}{T} + \dots + b_n \sin n \cdot \frac{2\pi t}{T}$$

قابل توسیعدر .